بررسی تأثیر الیاف تقویتی پلیمری کربنی CFRP در میزان باربری دال‌های بتن مسلح دوطرفه مربعی‌شکل دارای بازشو در لبهٔ کناری و گوشهٔ دال★

(یادداشت پژوهشی)

مجتبی لبیب‌زاده[۱]

چکیده *در دال‌ها به‌دلیل وجود داکت‌های تأسیساتی، وجود آسانسور، سیستم‌های گرمایشی و سرمایشی و غیره ایجاد بازشو اجتناب‌ناپذیر است. بازشوهای با ابعاد کوچک معمولاً تأثیر چندانی در عملکرد دال نمی‌گذارند ولی رفتار دال‌های دارای بازشو با ابعاد نسبتاً بزرگ متفاوت است و معمولاً باعث تمرکز تنش در اطراف بازشوها می‌گردد. درنتیجه یک نقطه‌ضعف در سازه ایجاد می‌گردد و غفلت از این موضوع می‌تواند باعث ایجاد خسارت سازه‌ای در اطراف بازشوها شود. یکی از روش‌های ترمیم و مقاوم‌سازی این‌گونه دال‌ها که بعد از اجرا در آنها بازشو ایجاد می‌شود، استفاده از مصالح کامپوزیت پلیمری(Fiber Reinforced Polymer) یا به‌اختصار FRP می‌باشد. در این تحقیق، تأثیر بازشوها و هم‌چنین تأثیر نحوهٔ قرارگیری صفحات FRP روی ظرفیت خمشی دال‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. در انتهای تحقیق مشخص شد که نتایج این پژوهش می‌تواند برای تقویت دال‌های موجود که در آنها ایجاد بازشو شده است، استفاده شود و ظرفیت باربری آنها در مقایسه با حالت هموژن (بدون تقویت) می‌تواند افزایش یابد به‌طوری که براساس نتایج به‌دست آمده از تحلیل مقاومت نهایی نسبت به نمونهٔ شاهد (دارای بازشو و بدون تقویت) در گروه Se (دال دارای بازشو در لبهٔ کناری دال) از ۱۲ تا ۳۰ درصد و در گروه Sco (دال دارای بازشو در گوشهٔ دال) از ۱ تا ۱۰ درصد بسته به نحوهٔ قرارگیری الیاف تقویتی FRP افزایش داشته است.*

واژه‌های کلیدی دال بتن مسلح دوطرفه، بازشوی کناری و گوشه، الیاف CFRP، ظرفیت باربری.

Investigation of the Effects of CFRP on Load Bearing Capacity of Strengthened Two-Way RC Squared Slabs with Side and Corner Openings

M. Labibzadeh

Abstract *Due to existence of the facility ducts, such as elevators, heating, and cooling systems in buildings, creating of the openings in the reinforced concrete slabs is inevitable. Usually, small openings have negligible effects on the slab performance whereas the large openings can affect significantly on the slab behavior and can cause the stress concentration adjacent to the openings. In some cases, ignoring this issue can cause serious problems in the integrity, stiffness and even stability of structures. One of the rehabilitation and strengthening methods of such slabs is the use of Fiber Reinforce Polymers sheets (FRPs). In this research, the influence of the lateral and corner openings as well as the impact of using a kind of FRPs known as CFRP (Carbon Fiber Reinforce Polymer sheets) for strengthening of two-way slabs were investigated. The obtained results indicate that this method can be successfully employed in remedy operations for mentioned slabs. CFRP sheets can recover the lost flexural rigidity of the slab considerably and even in some cases can improve it in comparison to that of homogeneous slab (slab with no opening). The results also show that by implementing this method the flexural rigidity of the slab can be increased between 12 to 30 percent in the case of slabs with lateral opening and between 1 to 10 percent in the case of slabs with the corner opening relative to the original weakened slab (slab with opening without strengthening).*

Key Words Two-Way RC Squared Slabs, CFRP, Load Bearing Capacity, Side and Corner Openings.

★ تاریخ دریافت مقاله ۹۲/۲/۲۲ و تاریخ پذیرش آن ۹٤/٤/۳ می‌باشد.

(۱) استادیار، گروه عمران، دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز.

Email: Labibzadeh_m@scu.ac.ir

مقدمه

سیستم‌های (Fiber Reinforced Polymer) FRP یا در برگردان فارسی الیاف تقویتی پلیمری به‌صورت پوشش‌های بیرونی و به‌منظور افزایش مقاومت و به‌سازی سازه‌های بتنی موجود از اواسط دهۀ ۱۹۸۰ تاکنون در سراسر دنیا مورد استفاده قرار می‌گیرند. این ماده می‌تواند برای تقویت تیرها؛ ستون‌ها و دال‌ها در ساختمان به‌کار رود. بااستفاده از این ماده حتی می‌توان بعد از این‌که این اعضای سازه‌ای در اثر بارگذاری دچار آسیب‌های جدی شدند آنها را ترمیم کرد و مورد بهره‌برداری مجدد قرار داد. برای تقویت تیرها دو روش تا کنون توسعه یافته است: اولین روش چسباندن ورق‌های FRP در لایۀ تحتانی تیرها یعنی در جایی که معمولاً تحت تنش‌های کششی زیاد قرار دارد می‌باشد. این کار سبب افزایش مقاومت سازه‌ای؛ کاهش تغییر شکل خمشی تیر و افزایش سختی تیر می‌شود. در روش دوم پوشش FRP به‌صورت U شکل در زیر و پهلوهای تیر چسبانده می‌شود و علاوه بر موارد ذکرشده روش اول مقاومت برشی تیر را نیز افزایش می‌دهد. با چسباندن الیاف FRP دور ستون‌ها می‌توان با افزایش تنش محصوری ظرفیت ستون را افزایش داد. در مورد دال‌ها نیز می‌توان پوشش FRP را زیر سطح دال چسباند. البته باید یادآور شد که میزان موفقیت کاربرد الیاف FRP در تیرها و دالها تا حدود زیادی به نوع مادۀ چسباننده بستگی دارد [1].

در مورد کاربرد الیاف تقویتی FRP در تقویت تیرهای بتن مسلح تحقیقات فراوانی تاکنون انجام شده است [2-12] اما در مورد دال‌های بتن مسلح به‌خصوص دال‌های دو طرفه تحقیقات اندکی انجام شده که در ادامه به برخی از آنها که با موضوع این مقاله سنخیت بیشتری دارند اشاره می‌شود. در سال ۲۰۰۲ میلادی Ebead ؛ Marzouk و Lye [13] در کنفرانس WEC پژوهشی ارائه نمودند و در آن به نتایج به‌دست آمده در تقویت دال دو طرفۀ بتن مسلح بااستفاده از ورق‌ها و نوارهای CFRP (ورق FRP با الیاف کربن) و GFRP (ورق FRP با الیاف شیشه) اشاره داشتند. ایشان در کار خود ۸ نمونه دال را مورد آزمایش قرار دادند. نمونه‌ها دال بتن مسلح مربعی با ابعاد ۱۹۰۰ میلی‌متر و ضخامت ۱۵۰ میلی‌متر بودند که دو نمونه به‌عنوان شاهد بدون تقویت و شش نمونۀ دیگر با ورق‌ها و نوارهای CFRP و GFRP تقویت شدند. بار وارد به‌صورت متمرکز به‌وسیلۀ ستونی مربعی به ابعاد ۲۵۰ میلی‌متر در وسط دال اعمال می‌شد. در کنار کار آزمایشگاهی ایشان نمونه‌های یاد شده را در نرم‌افزار ABQUS شبیه‌سازی نمودند و نتایج تحلیل را با داده‌های آزمایشگاهی تطبیق دادند و درنهایت یک سطح شکست برای پیش‌بینی ظرفیت باربری دال‌های دو طرفه با تکیه‌گاه‌های ساده در چهارطرف ارائه نمودند. آنها اظهار داشتند که بااستفاده از ورق‌های CFRP می‌توان تا ٤٠ درصد و با ورق‌های GFRP تا ۳۱ درصد ظرفیت خمشی دال را افزایش داد. در تحقیقی دیگر در سال ۲۰۰٤ که توسط دو تن از محققان قبلی انجام شد یعنی Marzouk و Ebead [14]؛ رفتار دال‌های دوطرفۀ تقویت‌شده با FRP از نقطه‌نظر شکل‌پذیری و جذب انرژی بررسی شد و عنوان شد که به‌دلیل طبیعت ترد ورق‌های FRP، دال‌های دوطرفۀ تقویت‌شده با آنها نسبت به دال معمولی شکل‌پذیری کمتر و قدرت جذب انرژی کمتری دارند. هم‌چنین در این پژوهش ذکر شد که عامل اصلی خرابی، پاره شدن چسب اتصال دهنده ورق FRP به سطح دال است. درواقع بیان شد که هیچ‌گاه ورق FRP پاره نمی‌شود. در تحقیقی دیگر در سال ۲۰۰۳ میلادی که توسط دو تن از محققان دانشکدۀ عمران و محیط زیست دانشگاه برکلی کالیفرنیای آمریکا صورت گرفت، ده نمونه با مقیاس اصلی (یک به یک) از دال‌های بتنی مسلح و غیرمسلح ساخته شد و اثر بازسازی و یا تعمیر آنها به‌وسیلۀ ورق‌های CFRP و GFRP مورد بررسی قرار گرفت. در این تحقیق دال‌هایی مربعی به ابعاد ۲/٦٤ متر و به ضخامت ۰/۷٦ متر (۷/٦ سانتی‌متر) تحت اثر فشار یکنواخت که توسط کیسۀ آب و روی وجه پایین دال اعمال می‌شد مورد آزمایش قرار گرفتند. درواقع وجه فوقانی دال تحت کشش قرار گرفت و در این وجه برای

تقویت از ورق‌های CFRP و GFRP استفاده شد. پس از انجام آزمایش مشخص شد که این ورق‌ها قابلیت افزایش ظرفیت باربری دال را تا ۵ برابر برای دال غیرمسلح و تا ۲ برابر برای دال مسلح نسبت به ظرفیت باربری آنها در حالت تقویت‌نشده دارند. هم‌چنین مشخص شد که خرابی دال‌های تقویت‌شده با الیاف پلیمری ناشی از خرد شدن بتن دال در ناحیهٔ فشاری است و ورق‌های FRP دچار گسیختگی نمی‌شوند. هم‌چنین این دو پژوهشگر در کنار کار آزمایشگاهی خود یک مدل ریاضی اجزای محدود برای شبیه‌سازی نتایج آزمایشگاهی و پیش‌بینی رفتار دال در شرایط بارگذاری متفاوت با شرایط آزمایش ارائه دادند [15]. در سال ۲۰۰۹ میلادی؛ آقای ولید السید و همکارانش [16] تحقیقی دیگر برروی استفاده از ورق‌های FRP در دال‌های بتن مسلح دوطرفه انجام دادند. ایشان تعداد ۹ نمونهٔ دال بتن مسلح مربع‌شکل به ابعاد ۲/٦ متر و به ضخامت ۱۲ سانتی‌متر از بتنی با مقاومت مشخص ۳۵۰ کیلوگرم بر سانتی‌مترمربع ساختند. ۵ نمونهٔ اول بدون بازشو و ٤ نمونهٔ دیگر دارای بازشو در مرکز دال بودند. آنها در تحقیق خود برای اولین بار ورق‌های ترکیبی CFRP و GFRP را بااستفاده از پیچ به وجه زیرین دال محکم بستند. در کنار این دال‌ها دو عدد دال دیگر را به‌عنوان شاهد با روش معمول چسباندن ورق به سطح تحتانی دال آماده کردند. ورق‌های FRP استفاد شده ۲متر طول؛ ۱۰ سانتی‌متر عرض و ۳/۲ میلی‌متر ضخامت داشتند. آنها دریافتند که با روش جدید پیشنهادی خود (با پیچ بستن ورق‌ها به سطح زیرین دال) می‌توانند به ظرفیت باربری و شکل‌پذیری بیشتری از دال نسبت به روش معمولی چسباندن دست یابند. ایشان اعلان کردند که می‌توان با روش جدید برای دال بدون بازشو به‌میزان ٦٦٪ و برای دال همراه با بازشو در مرکز به‌میزان ۳۳٪ افزایش ظرفیت باربری نسبت به حالت معمولی چسباندن ورق‌ها دست یافت. در پژوهشی دیگر در این زمینه در کشور سوئد در سال ۲۰۰۷ میلادی ایناکسون و همکارانش [18] تعداد ۱۱ نمونه دال بتنی را مورد آزمایش قرار دادند. این محققان در کار خود روی تأثیر آرایش چسباندن ورق‌های CFRP در اطراف دو نمونهٔ کوچک و بزرگ بازشو در مرکز دال مربعی به ابعاد ۲/٦ متر و به ضخامت ۱۰ سانتی‌متر متمرکز شدند. ابعاد بازشو در نمونهٔ کوچک ۰/۸۵×۰/۸۵ متر و در بازشوی بزرگ ۱/۲×۱/۲ متر بود. سه نمونه آرایش در اطراف بازشو درنظر گرفتند: آرایش ۹۰ درجه؛ آرایش ٤۵ درجه و ترکیب ۹۰ و ٤۵ درجه. درنهایت عنوان نمودند که حالت ترکیب ٤۵ و ۹۰ درجه بیشترین ظرفیت باربری را نشان می‌دهد. هم‌چنین بیان داشتند که وقتی بازشو بزرگ‌تر می‌شود و از CFRP به‌جای فولادگذاری تقویتی اضافی معمولی در گوشه‌های بازشو استفاده می‌شود رفتار دال ترد و شکننده‌تر می‌شود و عنوان کردند که شاید این مسئله به‌دلیل آن است که در این وضعیت دال به‌صورت ٤ عدد تیر متقاطع عمل می‌کند.

با توجه به ادبیات موضوع بیان‌شده؛ مشخص می‌شود که در زمینهٔ تقویت دال‌های دوطرفه همراه با بازشو بااستفاده از پوشش‌های خارجی FRP تا کنون کار پژوهشی چندانی صورت نگرفته است. در همین راستا در این مطالعه سعی بر آن است تا مدلی ریاضی بر پایهٔ روش اجزای محدود که قادر به شبیه‌سازی رفتار دال‌های بتنی دوطرفهٔ تقویت‌شده با پوشش FRP باشد تهیه شود و پس از صحت‌سنجی مدل بااستفاده از نتایج آزمایشگاهی موجود در مقالات معتبر علمی که در پاراگرف‌های قبل بدان‌ها اشاره شد (دال دارای بازشو در مرکز) از این مدل برای پیش‌بینی رفتار دال‌های دوطرفهٔ دارای بازشو در لبهٔ کناری و یا گوشه استفاده شود؛ کاری که تاکنون انجام نشده است.

تشریح مدل عددی پیشنهادی

در این مطالعه مبنای صحت‌سنجی مدل، کار انجام‌شده توسط ایناکسون و همکاران [18] می‌باشد. بر این اساس، مشخصات دال‌های آزمایشگاهی به‌شرح ذیل است:

مشخصات ٤ گروه نخست دال‌های مدل‌سازی‌شده (H,Sc-90,Sc-45,Sc-45, 90)

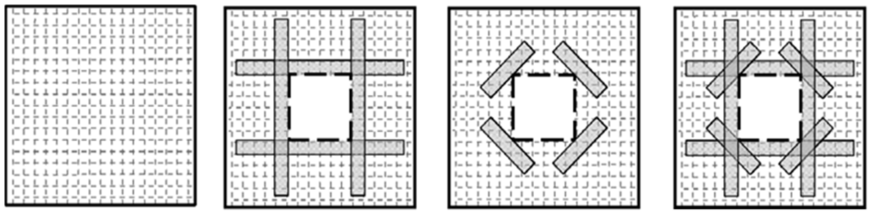
در این بخش مشخصات ٤ گروه نخست دال‌های مدل‌سازی شده در این تحقیق بیان شده است. این ٤ گروه از دال‌ها دارای مشخصاتی هستند که در کار ایناکسون و همکاران [18] ذکر شده است. علاوه بر این ٤ گروه، ٦ گروه دال دیگر که دارای بازشو در لبهٔ کناری دال و گوشهٔ دال هستند نیز در این تحقیق مدل‌سازی شدند که در بخش بعدی شرح می‌شود. مدل‌سازی ٤ گروه نخست برای صحت‌سنجی دقت مدل توسعه‌یافته در این مطالعه انجام گرفته است. دال‌های هر ٦ گروه به‌صورت مربعی با ضلع ۲/٦ متر و ضخامت ۱۰۰ میلی‌متر می‌باشند. مقاومت مشخصه فشاری ۲۸ روزه بتن دال براساس کار ایناکسون و همکاران [18] برابر با ٤۰ مگاپاسکال درنظر گرفته شد. سطح دال‌های تقویت‌شده توسط CFRP قبل از چسباندن ورق‌ها توسط سند بلاست به‌وسیلهٔ فشار هوا کاملاً تمیز گردید. تمام دال‌ها به‌وسیلهٔ فولادهای ساختمانی $\Phi 5 - S150$ و با پوشش ۲۰ mm مسلح گردیدند. دال مرجع همگن (بدون بازشو) باتوجه به خصوصیات مصالح مطابق آیین‌نامهٔ بتن سوئد BBK، برای بارگذاری گستردهٔ یکنواخت ۱۵ $^{KN}/_{m^2}$ طراحی گردیده است [18]. بازشوی مدل‌سازی‌شده به‌صورت مربع‌شکل به ابعاد (۰/۸۵m×۰/۸۵m) می‌باشد که به‌وسیلهٔ ارهٔ متحرک آبی ایجاد شده است. برای جلوگیری از ایجاد ترک در کناره‌ها در هنگام آزمایش، قبل از اره کردن یک سوراخ با ابعاد (Ø۷۰) در هر گوشه به‌منظور دریل کردن ایجاد می‌شود. دال‌های با بازشو به‌وسیلهٔ ورق‌های CFRP با دو نوع مختلف ۲۰۰ $^{g}/_{m^2}$ و ۳۰۰ $^{g}/_{m^2}$ تقویت شده‌اند. مشخصات اسمی این ورق‌ها در جدول (۱) خلاصه شده است. طول و پهنای CFRP به‌کار برده‌شده در جدول (۲) داده شده است. نحوه کارگذاری ورق‌های CFRP در ٤ گروه نخست در شکل (۱) نشان داده شده است و مشخصات پرایمر و چسب مورد استفاده در جدول (۳) آمده است [18] . نمونه‌های فوق (٤ گروه نخست) فقط شامل دال‌هایی هستند که دارای بازشو در وسط دال می‌باشند. شکل (۲) نمونه آزمایشگاهی دال مورد مطالعه در این تحقیق را نشان می دهد .

جدول ۱ مشخصات اسمی ورق‌های CFRP [18]

کرنش گسستگی (٪)	مقاومت کششی (MPa)	مدول یانگ (GPa)	ضخامت لایه (mm)	محصول
۱/۵	۳٦۰۰	۲۲۸	۰/۱۷	300S
۱/۵	۳٦۰۰	۲۲۸	۰/۱۱	200S

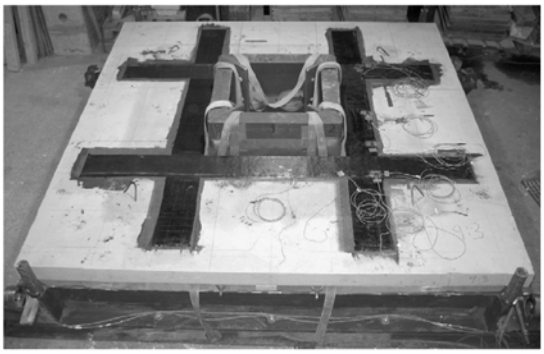
جدول ۲ موقعیت، طول و پهنای ورق‌های CFRP مورد استفاده [18]

طول لایه (m)	پهنای لایه (mm)	محل نصب لایه‌ها	نوع لایه	طول بازشو (m)	دال
۰/۸۵	۱۹۵	در زاویه ٤۵	200S	۰/۸۵	Sc-45
۲۰۳	۱۸۵	در زاویه ۹۰	300S	۰/۸۵	Sc-90
۰/۸۵	۱۹۵	در زاویه ٤۵	200S	۰/۸۵	Sc-45,90
۲۰۳	۱۸۵	در زاویه ۹۰	300S		



H Sc-90 Sc-45 Sc-45, 90

شکل ۱ انواع تقویت بازشوها در ٤ گروه نخست دال‌ها



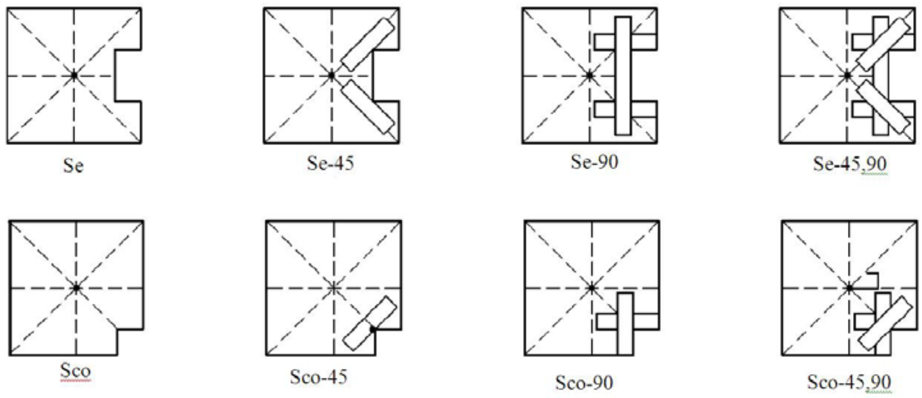
شکل ۲ نمونهٔ آزمایشگاهی

جدول ۳ مشخصات اسمی چسب و پرایمر

محصول	چسبندگی به بتن (MPa)	مدول یانگ (GPa)	مقاومت کششی (MPa)	مقاومت برشی (MPa)
پرایمر	۱۷	–	–	–
چسب	–	۲	۵۰	۱۷/٦

جدول ٤ موقعیت، طول و پهنای ورق‌های CFRP استفاده‌شده

دال	طول بازشو (m)	نوع لایه	محل نصب لایه‌ها	پهنای لایه (mm)	طول لایه (m)
Se-45	۱×۰/۵	300S	در زاویه ٤۵	۳۰۰	۱/٤
Se-90	۱×۰/۵	300S	در زاویه ۹۰	۳۰۰	۲/۳
			در زاویه ۹۰	۳۰۰	۱/٦
Se-45,90	۱×۰/۵	300S	در زاویه ٤۵	۳۰۰	۱/٤
		300S	در زاویه ۹۰	۳۰۰	۲/۳
			در زاویه ۹۰	۳۰۰	۱/٦
Sco-45	۰/۵×۰/۵	300S	در زاویه ٤۵	۳۵۰	۱
Sco-90	۰/۵×۰/۵	300S	در زاویه ۹۰	۳۰۰	۱/٦
Sco-45,90	۰/۵×۰/۵	300S	در زاویه ٤۵	۳۵۰	۱
		300S	در زاویه ۹۰	۳۰۰	۱/۶



شکل ۳ انواع تقویت دال‌ها

مشخصات ٦ گروه ثانوی دال‌های مدل‌سازی شدهٔ پیشنهادی براساس محدودیت‌های آیین‌نامهٔ آبا ایران (Se-45,Se-90,Se-45, 90, Sco-45, Sco-90, Sco-45, 90)

همان‌طور که پیشتر اشاره شد در مطالعهٔ حاضر ٦ گروه دیگر از دال‌ها به‌منظور بررسی محدودیت‌های آیین‌نامه‌ای کشورمان مدل‌سازی شدند. گروه Se که دارای بازشو در لبهٔ دال (محل تقاطع نوار ستونی و نوار میانی) و گروه Sco که دارای بازشو در گوشهٔ دال (محل تقاطع دو نوار ستونی) می‌باشند. ابعاد این دال‌ها نیز مانند ٤ گروه اول ٢٦٠٠×٢٦٠٠×١٠٠mm می‌باشند. مشخصات و شکل این دال‌ها در جدول (٤) و شکل (٣) دیده می‌شوند.

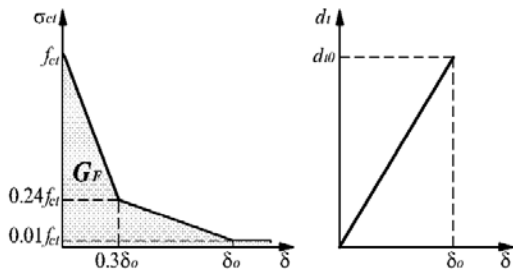
مشخصات رفتاری بتن دال

در این مطالعه رفتار بتن براساس کار ایناکسون و همکاران [18] تعریف شده است. بر این مبنا برای بیان رفتار بتن از ترکیب نظریه‌های خمیری، آسیب و مکانیک شکست استفاده شده است. به این ترتیب که رفتار بتن در فشار با فرض این‌که بتن یک مادهٔ چسبنده- اصطکاکی است از روی نظریهٔ کلاسیک خمیری و بااستفاده از مدل دراگر– پراگر تعریف می‌شود [17]. زاویهٔ اتساع Ψ مخروط ناقص دراگر– پراگر و مقدار خروج از محوریت e در این مدل برای مطالعهٔ حاضر به‌ترتیب برابر با ١٢° و ٠/١ درنظر گرفته شده است. با عنایت به این موضوع که در تحقیق حاضر، بار اعمالی به آهستگی به دال وارد می‌شود و از آن‌جا که بتن دال در منطقهٔ فشاری تحت اثر تنش‌های دومحوری است و لذا مقاومت فشاری بتن در عمل بالاتر از مقاومت فشاری تک‌محوری است و نظر به اثر الیاف تقویتی CFRP که موجب افزایش کرنش‌های بتن در ناحیهٔ فشاری و درنتیجه افزایش شکل‌پذیری بتن در منطقهٔ فشاری می‌شود، لذا بر همین اساس و بر پایهٔ مراجع [19] و [20]، بتن در ناحیهٔ فشاری دال رفتار ترد نشان نمی‌دهد و نیازی به تعریف مدل آسیب فشاری برای بتن و کاهش ماتریس سختی دال براساس مدل آسیب نیست و می‌توان از مدل کلاسیک خمیری دراگر– پراگر برای مدل‌سازی رفتار بتن در فشار و کاهش سختی استفاده نمود. پر واضح است که در هنگام مدل‌سازی بارهای ضربه‌ای وارد به دال و یا بارهای معمولی در دال‌های بتن مسلح تقویت‌نشده با الیاف CFRP، باید اثر رفتار ترد بتن در فشار را درنظر گرفت و در این صورت استفاده از مدل‌های کلاسیک خمیری بتن مانند مدل به‌کار رفته در تحقیق حاضر نتایج دقیقی ارائه نخواهد داد. اما برای تعریف رفتار بتن در کشش از نظریهٔ آسیب استفاده می‌شود. بر این اساس رفتار بتن در کشش تا هنگام بروز ترک، الاستیک خطی فرض می‌شود و پس از آن رفتار نرم‌شوندگی کرنش در

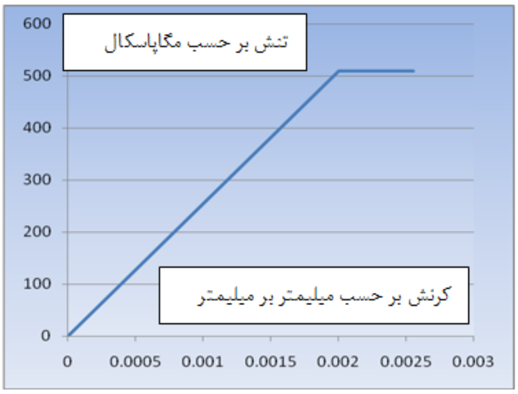
منطقهٔ شکست فرض می‌شود. رفتار نرم‌شوندگی کرنش در این‌جا به‌صورت منحنی دوخطی توصیف می‌شود (شکل ٤) که در آن میان تابع آسیب کششی dt و بازشدگی ترک δ رفتار خطی توصیف می‌شود. ماکزیمم مقدار تابع آسیب dt_0 در این مطالعه همانند پژوهش ایناکسون و همکاران [18] برابر ۰/۹ و ماکزیمم بازشدن ترک‌ها δ_0 برابر 0.115mm منظور شده است (شکل ٥). فاکتور انرژی G_f برای مود اول شکست طبق نظریهٔ مکانیک شکست بتن برابر مساحت زیر منحنی نرمشدگی و برابر $100\ {}^{N}\!/\!_{m}$ برآورد می‌شود. همان‌طور که از شکل (٤) پیداست بعد از پیدایش ترک، مدل عددی براساس اندازه‌گیری بازشدگی دهانهٔ ترک، مقاومت کششی بتن را در راستای عمود بر امتداد ترک کاهش می‌دهد و میزان پارامتر آسیب را از صفر (بدون ترک) تا حداکثر مقدار ۰/۹ (بازشدگی ترک برابر با ۰/۱۱٥ میلی‌متر) افزایش می‌دهد. سپس براساس نظریهٔ آسیب کششی، مقدار کاهش تنش و ماتریس رفتاری الاستیک آسیب‌دیده را محاسبه می‌نماید (رابطهٔ ۱):

$$\sigma = (1-d)D_0^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) = D^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \qquad (۱)$$

در رابطهٔ بالا، d همان d_t یعنی پارامتر آسیب کششی بتن است و D_0^{el} و D^{el} به‌ترتیب ماتریس رفتاری الاستیک اولیه و آسیب‌دیدهٔ بتن در اثر بروز ترک می‌باشند. بااستفاده از تنش و ماتریس رفتاری اصلاح‌شده بار داخلی و ماتریس سختی محاسبه و اصلاح می‌شوند. همان‌طور که از رابطهٔ (۱) پیداست در این نظریه، آسیب کششی بتن همسان‌گرد در نظر گرفته می‌شود.



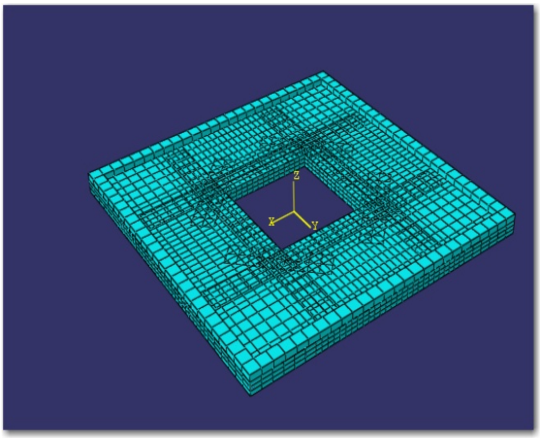
شکل ٤ نمودار نرم‌شدگی کششی



شکل ٥ رفتار میلگردهای دال

مشخصات رفتاری میلگردهای دال

در مطالعهٔ حاضر رفتار میلگردهای فولادی دال یک رفتار الاستوپلاستیک ایده‌آل فرض می‌شود (شکل ٦). چسبندگی کامل بین بتن و فولاد فرض می‌شود و اثر سخت‌شوندگی کششی به‌سبب میلگردها در مسئله وارد نمی‌شود. صفحات تکیه‌گاهی فولادی با رفتار الاستیک خطی درنظر گرفته می‌شوند.



شکل ٦ مدل المان‌بندی‌شدهٔ دال

مشخصات رفتاری CFRP

مشخصات مصالح فیبر کربن که در این مدل‌سازی مورد استفاده قرار گرفت است و به نرم‌افزار معرفی شده است، به‌صورت زیر در جدول (٥) خلاصه شده است.

جدول ۵ مشخصات الیاف CFRP

۳۶۰۰	مقاومت کششی طولی (MPa)	۲۲۸	E_1 (GPa)
۲۵۰۰	مقاومت فشاری طولی (MPa)	۱۸.۲	E_2 (GPa)
۱۵۰	مقاومت کششی عرضی (MPa)	۰.۲۸	ν
۲۹۰	مقاومت فشاری عرضی (MPa)	۱۱.۱	G_{12} (GPa)
۶۰	مقاومت برشی طولی (MPa)	۱۱.۱	G_{13} (GPa)
۸۵	مقاومت برشی عرضی (MPa)	۷.۱	G_{23} (GPa)

مشخصات اجزای محدود مدل

برای مدل‌سازی بتن دال از المان C3D8R نرم‌افزار آباکوس استفاده شد. این المان سه‌بعدی مکعبی است و ۸ گرهی می‌باشد و در هر گره دارای سه درجه آزادی انتقالی است و از روش انتگرال‌گیری کاهش‌یافته استفاده می‌کند. برای شبیه‌سازی میلگردها از المان T3D2 استفاده شد که یک نوع المان خرپایی سه‌بعدی دارای دو گره می باشد. برای مدل‌سازی الیاف تقویتی CFRP از المان S4R که یک نوع المان غشایی است استفاده شد. این المان در جهت عمود بر صفحهٔ خود هیچ‌گونه سختی ندارد. در شکل (۶) یک نمونه مدل المان‌بندی‌شدهٔ تقویت‌شده با الیاف CFRP و دارای بازشو در مرکز دال برای مثال دیده می‌شود.

ارائهٔ نتایج و بحث

همان‌طور که پیشتر بحث شد در این مطالعه سعی شد تا بااستفاده از نتایج آزمایشگاهی موجود در تحقیق ایناکسون و همکاران [18] یک مدل اجزای محدود کارا و صحت‌سنجی‌شده تهیه شود و از آن برای بررسی رفتار دال دوطرفهٔ دارای بازشو در کنار و گوشهٔ دال و تقویت‌شده با الیاف CFRP که تاکنون در مقالات علمی به آن پرداخته نشده است، استفاده شود؛ لذا در ادامه ابتدا نتایج مربوط به صحت‌سنجی مدل ارائه و پس از آن به مطالعهٔ نتایج مدل عددی توسعه‌یافته خواهیم پرداخت.

صحت‌سنجی مدل عددی توسعه یافته

در این‌جا باتوجه به محدودیت بحث فقط به ارائهٔ دو نمونه از نتایج صحت‌سنجی مدل اکتفا می‌کنیم. ابتدا مدلی را درنظر می‌گیریم که دارای بازشو در مرکز دال است و توسط الیاف CFRP به‌صورت ۹۰ درجه و موازی لبه‌های بازشو تقویت شده است. شکل (۷) دو نمودار را نشان می‌دهد که در آن منحنی توپر نشان‌دهندهٔ منحنی شدت بار- تغییرمکان مدل و منحنی خط‌چین نمایش‌دهندهٔ نتیجهٔ شدت بار- تغییرمکان آزمایشگاهی می‌باشد. این منحنی‌ها هر دو برای یک نقطه در لبهٔ بازشو که در شکل نشان داده شده است به‌دست آمده است. حداکثر شدت بار قابل تحمل به‌دست آمده از مدل عددی ۵۱ کیلونیوتن بر مترمربع و جابه‌جایی نظیر این شدت بار برابر با ۳۸ میلی‌متر به‌دست آمد. این در حالی است که مقادیر نظیر برای نمونه آزمایشگاهی به‌ترتیب برابر با ٤۸ کیلونیوتن بر مترمربع و ۳۲ میلی‌متر می‌باشد (جدول ٦). با مقایسه آشکار شد که درصد خطای مدل برای محاسبهٔ بار تقریباً ٦ درصد می‌باشد. شکل (۸) نمایش‌دهندهٔ تغییرشکل مدل عددی در لحظهٔ نهایی مقاومت دال می‌باشد. نمونهٔ دیگر برای صحت‌سنجی مدل، مدلی است که توسط الیاف CFRP نود درجه و ٤۵ درجه تقویت شده است. شکل (۹) نشان‌دهندهٔ مقایسهٔ نمودار شدت بار- تغییرمکان مدل عددی و نتایج تجربی و شکل (۱۰) نمایش تغییرشکل دال در لحظهٔ گسیختگی است. شکل (۱۱) کرنش ایجادشده در الیاف CFRP را در لحظهٔ خرابی آنها نشان می‌دهد. حداکثر شدت بار قابل تحمل به‌دست آمده از مدل عددی ۵۵/٤ کیلونیوتن بر مترمربع و جابه‌جایی نظیر این شدت بار برابر با ٤۰ میلی‌متر به‌دست آمد. این در حالیست که مقادیر نظیر برای نمونهٔ آزمایشگاهی به‌ترتیب برابر با ۵۱/۵ کیلونیوتن بر مترمربع و ۳۰/۵ میلی‌متر می‌باشد (جدول ۷) . با مقایسه آشکار شد که درصد خطای مدل برای محاسبهٔ بار تقریباً ۷ درصد می‌باشد.

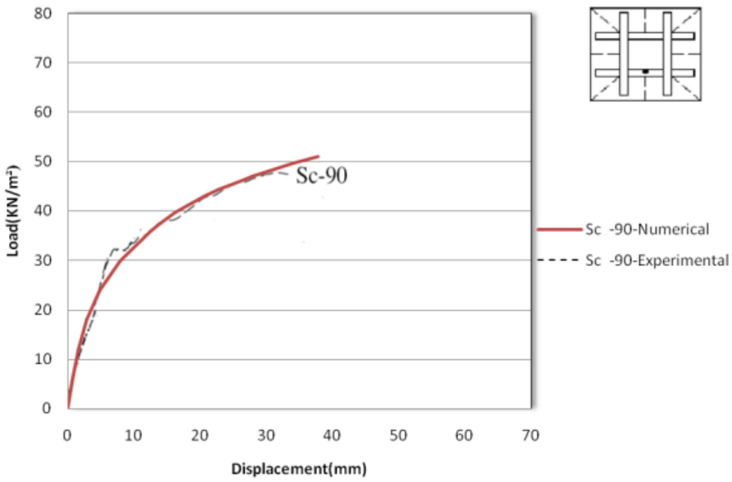
ارائهٔ برخی نتایج مدل عددی توسعه‌یافته

در این‌جا به ارائهٔ مختصری از نتایج به‌دست آمده از مدل عددی پیشنهادی صحت‌سنجی‌شده برای پیش‌بینی رفتار دال‌های دوطرفهٔ دارای بازشو در لبهٔ کناری دال و گوشهٔ آن می‌پردازیم.

دال‌های دارای بازشو در لبهٔ کناری Se

در نمونه‌ای که این‌جا ارائه می‌شود ابعاد بازشوی کناری ۱×۰/۵ می‌باشد (ابعاد برحسب متر). علامت Sce در این‌جا به‌معنی دال با بازشو در لبهٔ کناری و تقویت‌شده با الیاف CFRP می‌باشد.

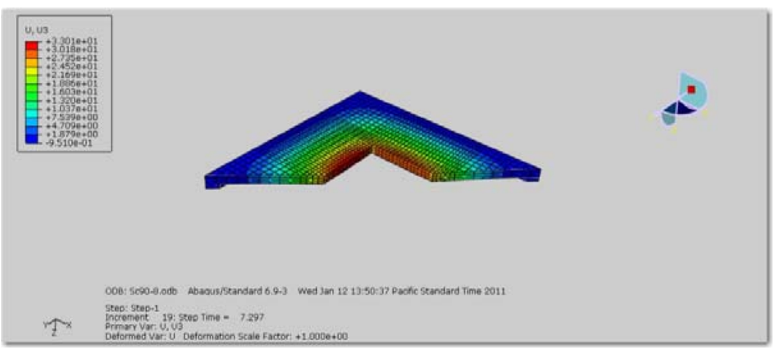
ظرفیت خمشی و شکل‌پذیری. همان‌گونه که از شکل (۱۲) مشخص است، به‌دلیل ایجاد بازشو در دال Se ظرفیت باربری دال نسبت به حالت همگن (دال بدون بازشو H) ۲۳/۸ درصد کاهش یافته است. این یافته در تضاد با نتایج کار ایناکسون و همکاران [18] می‌باشد.



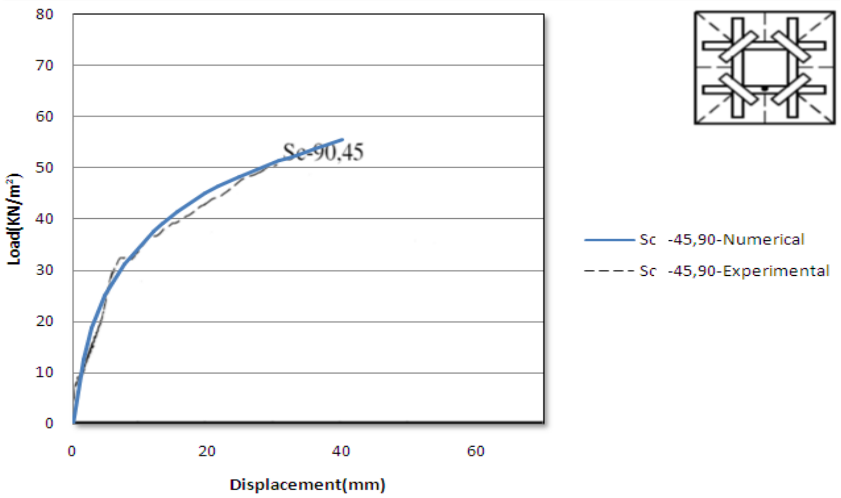
شکل ۷ نمودار شدت بار–تغییر مکان دال تقویت‌شده با الیاف CFRP نود درجه

جدول ٦ مقایسهٔ نتایج آزمایشگاهی و مدل عددی

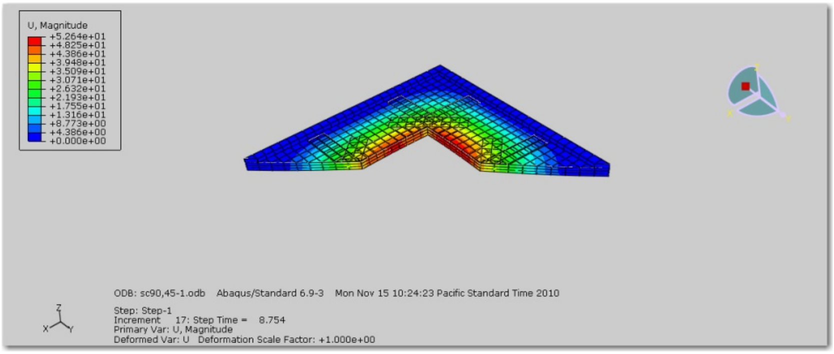
	بار نهایی (کیلونیوتن)	جابه‌جایی نظیر بار نهایی (میلی‌متر)
نمونهٔ آزمایشگاهی [18]	۵۱	۳۸
نمونهٔ عددی	٤۸	۳۲



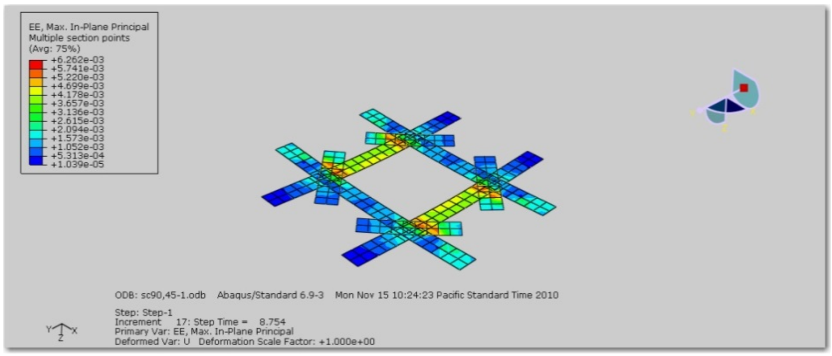
شکل ۸ نمودار تغییرشکل دال تقویت‌شده با الیاف CFRP نود درجه



شکل ۹ نمودار شدت بار- تغییرمکان دال تقویت‌شده با الیاف CFRP نود درجه و ٤٥ درجه



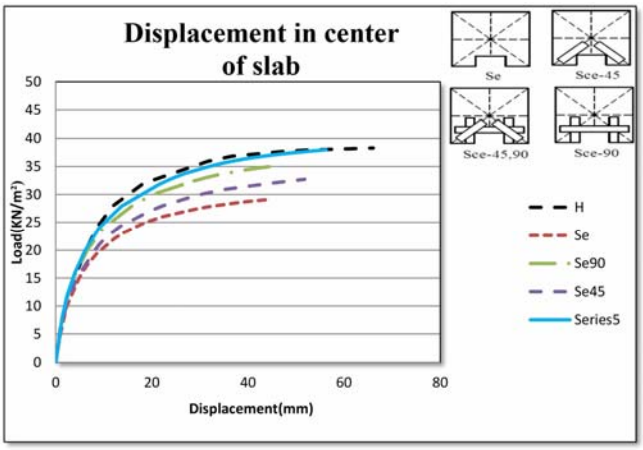
شکل ۱۰ نمودار تغییرشکل دال تقویت‌شده با الیاف CFRP نود درجه و ٤٥ درجه



شکل ۱۱ کرنش در الیاف CFRP

جدول ۷ مقایسهٔ نتایج آزمایشگاهی و مدل عددی

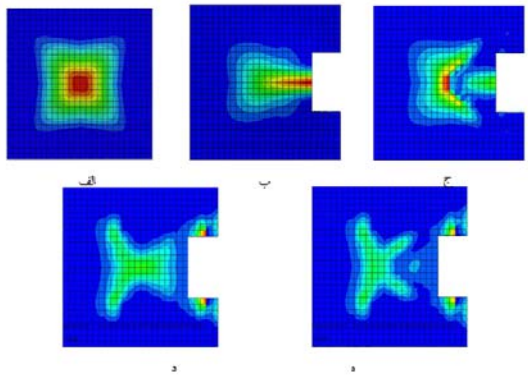
	بار نهایی (کیلونیوتن)	جابه‌جایی نظیر بار نهایی (میلی‌متر)
نمونهٔ آزمایشگاهی [18]	٥٥/٤	٤٠
نمونهٔ عددی	٥١/٥	٣٠/٥



شکل ۱۲ نمودار شدت بار – تغییر مکان برای نقطه ای در مرکز دال

در آن‌جا دال دارای بازشو در مرکز تقریباً ظرفیت خمشی معادل با دال همگن (دال بدون بازشو) دارد. تفسیر این تضاد شاید به دو دلیل باشد: یکی بزرگ‌تر بودن ابعاد بازشو مرکزی درمقایسه با ابعاد بازشوی کناری که سبب کاهش سطح باربری و درنتیجه جبران افت مقاومت خمشی دال ناشی از ایجاد بازشو باشد و دیگری وجود تقارن در حالت بازشوی مرکزی و عدم وجود آن در بازشوی کناری می‌باشد. وجود تقارن به افزایش ظرفیت باربری دال کمک می‌کند. اشکال مختلف تقویت دال با الیاف CFRP افزایش ظرفیت باربری بین ۱۲/۳ تا ۳۰/٦ درصد نسبت به حالت Se از خود نشان می‌دهند به‌طوری که در حالت Sce-45,90 (تقویت دال با الیاف ٤٥ و ۹۰ درجه)، ظرفیت خمشی دال به ظرفیت دال بدون بازشو می‌رسد و از آن فراتر هم می‌رود (٦/٨ درصد بیشتر از ظرفیت خمشی دال همگن). این نتیجه با یافته‌های ایناکسون و همکاران [18] که در آنها بازشو در مرکز دال می‌باشد هم‌خوانی دارد. نکتهٔ جالب دیگر این‌که با روش تقویت ٤٥ و ۹۰ درجه با الیاف CFRP هم ظرفیت خمشی دال نسبت به دال اولیه (دارای بازشو) بیشتر می‌شود، هم شکل‌پذیری دال افزایش می‌یابد. در حالی‌که اگر با روش ٤٥ درجه و یا ۹۰ درجه تقویت دال انجام شود در حالی‌که ظرفیت خمشی دال افزایش می‌یابد شکل‌پذیری آن کاهش خواهد یافت. این نتیجه نشان‌دهندهٔ ارجحیت استفاده از روش ترکیبی ٤٥ و ۹۰ درجه برای آرایش دادن الیاف CFRP است.

الگوی گسترش ترک. مدل پخش ترک در دال‌های این گروه در شکل (۱۳) نشان داده شده است. در دال Se، برخلاف دال‌های S که دارای بازشو در مرکز است ترک‌ها از گوشهٔ بازشو ایجاد نمی‌شوند بلکه از وسط لبه شروع به گسترش به طرف مرکز دال می‌کنند (به تحقیق ایناکسون و همکاران [18] مراجعه شود). با مقایسهٔ حالات مختلف دال تقویت‌شده (حالات ج، د، ه) و دال تقویت‌نشده (حالت ب) دیده می‌شود که در تمام حالات ترک‌ها گسترش بیشتری پیدا می‌کنند اما از طول آنها کاسته می‌شود (وسعت نواحی به رنگ زرد و قرمز را مقایسه کنید). همین امر سبب افزایش ظرفیت باربری دال تقویت‌شده با الیاف CFRP می‌شود. از سوی دیگر با مقایسهٔ حالات مختلف تقویت دال مشخص می‌شود که در حالت ترکیبی ۹۰ و ٤٥ درجه (حالت ه) وسعت پخش ترک‌ها و تمرکز آنها نسبت به دو حالت ۹۰ درجه (حالت د) و ٤٥ درجه (حالت ج) کاهش می‌یابد و لذا ظرفیت باربری و شکل‌پذیری دال افزایش پیدا می‌کند.



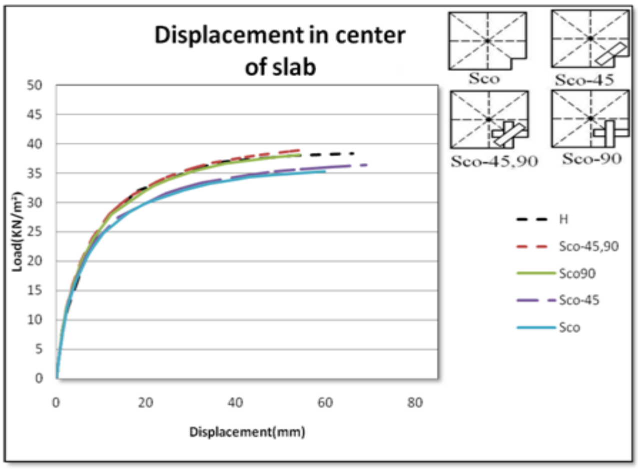
شکل ۱۳ نحوهٔ توزیع ترک‌ها: (الف) دال هموژن، (ب) دال Se، (ج) دال Sce-45، (د) دال Sce-90، (ه) دال Sce-45,90

دال‌های دارای بازشو در گوشهٔ دال Sco

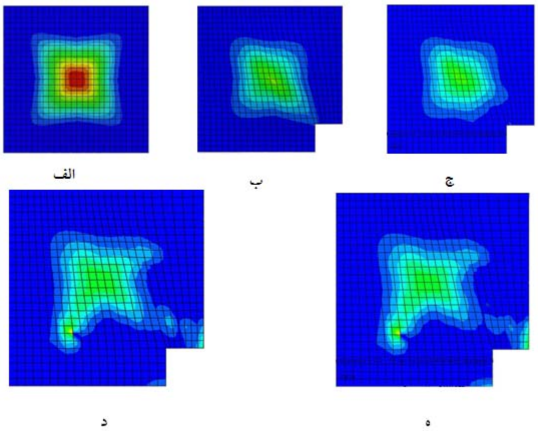
این دال‌ها دارای بازشو در گوشه می‌باشند. اندازهٔ بازشوی این نمونه‌ها برابر ۰/۵×۰/۵ (ابعاد به متر) است. این دال‌ها مانند دال‌های گروه Se شامل چهار نمونه می‌باشند که به تشریح و مقایسهٔ آنها باهم و هم‌چنین با دال بدون بازشو خواهیم پرداخت.

ظرفیت خمشی و شکل‌پذیری. همان‌گونه که از نمودار (۱٤) مشخص است، به‌دلیل ایجاد بازشو در دال Sco ظرفیت باربری دال نسبت به حالت همگن ۷/۵ درصد کاهش یافته است. این نتیجه نشان می‌دهد در مقایسه با حالت بازشو در لبهٔ کناری و با درنظر گرفتن نسبت مساحت بازشو (۰/۵ متر مربع برای لبه کناری و ۰/۲۵ متر مربع برای گوشه) مشخص می‌شود که تأثیر بازشو در لبهٔ کناری در کاهش ظرفیت باربری بیشتر از بازشوی گوشه با مساحت بازشوی برابر است. نمونه دال‌های مختلف بااستفاده از الیاف CFRP افزایش ظرفیت باربری بین ۱/٤ تا ۱۰/۲ درصد نسبت به حالت Sco از خود نشان می‌دهند به‌طوری که در حالت Sc-90، ظرفیت خمشی دال به ظرفیت دال بدون باز شو می‌رسد و در حالت Sco-45,90 این ظرفیت حدود ۲ درصد بیش از ظرفیت دال دارای بازشو است. البته همان‌طور که مشاهده می‌شود در این دال‌ها درمقایسه با دال‌های گروه قبل (بازشو در لبهٔ کناری) افزایش ظرفیت باربری در اثر تقویت با الیاف CFRP جزئی می‌باشد که از دلایل آن می‌توان به این مورد اشاره نمود که طول الیاف‌هایی که در این حالت استفاده می‌شوند بسیار کم است و عملاً کارایی چندانی ندارند به‌طوری که حتی با اضافه نمودن چندباره سطح مقطع این الیاف‌ها (افزایش عرض) نتیجهٔ مطلوب‌تری به‌دست نمی‌آید.

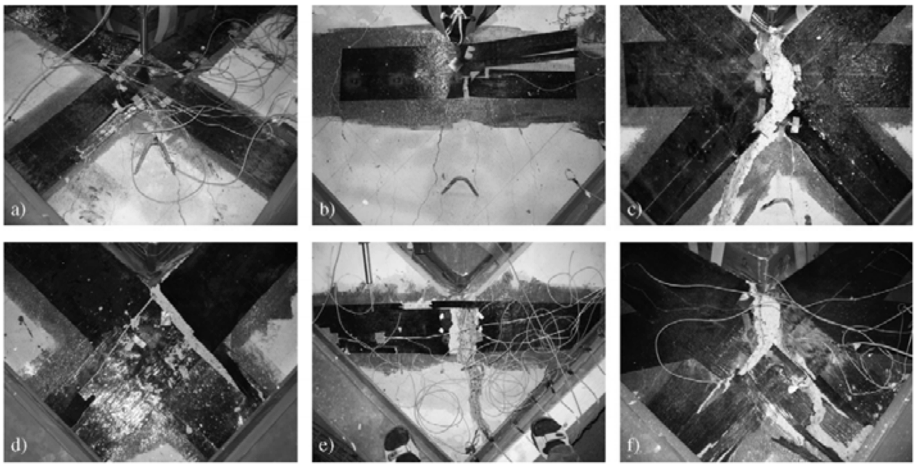
الگوی گسترش ترک. مدل پخش ترک در دال‌های این گروه در شکل (۱۵) نشان داده شده است. همان‌گونه که دیده می‌شود در این گروه دال‌ها نیز همانند دو گروه قبل (S و Se) در حالت همگن ترک‌ها از وسط شروع می‌شوند و به کناره‌ها گسترش می‌یابند. اما در دال Sco، این ترک‌ها از گوشهٔ دال شروع می‌شوند و به سمت مرکز دال گسترش می‌یابند (شکل ۱۵ حالت ب). در حالت Sco-45 دیده می‌شود که این ترک‌ها به‌دلیل وجود الیاف CFRP؛ در گوشهٔ دال ظهور نمی‌یابند بلکه به‌سمت مرکز دال نقل مکان می‌یابند. در دو حالت دیگر نیز ترک‌ها به‌سمت بازشو گسترش می‌یابد ولی بعد از رسیدن به الیاف‌ها به‌سمت لبه‌های خارجی دال گسترش می‌یابند. مشاهده می‌شود که در دو حالت قرارگیری ۹۰ و ترکیبی ۹۰ و ٤۵ درجه نسبت به حالت ٤۵ گسترش ترک‌ها بیشتر و بازشدگی آنها کمتر می‌شوند. همان‌طور که در شکل (۱۵) هم پیداست و تأییدی بر نمودار (۱٤) می‌باشد در حالت بازشوی گوشه الگوی ترک‌ها در دو حالت ۹۰ و ترکیب ۹۰ و ٤۵ درجه کاملاً مشابه است و لذا تفاوت معنی‌داری بین کاربرد این دو روش برای افزایش ظرفیت خمشی دال وجود ندارد. این مسئله برخلاف نتیجهٔ به‌دست آمده در مورد دال‌های گروه قبل (بازشو در لبه کناری دال) است که در آن‌جا تفاوت دو روش نام‌برده کاملاً مشهود است. در شکل (۱٦) شکل شکست و الگوی گسترش ترک در نمونه‌های آزمایشگاهی برگرفته از کار ایناکسون و همکاران (۲۰۰۷) برای مقایسه با نتایج مدل حاضر ارائه شده‌اند.



شکل ١٤ نمودار شدت بار– تغییرمکان برای نقطه‌ای در مرکز دال



شکل ١٥ نحوهٔ توزیع ترک‌ها: (الف) دال همگن، (ب) دال Sco، (ج) دال Sco-45، (د) دال Sco-90، (ه)دال Sco-45,90



شکل ١٦ الگوی گسترش ترک‌ها در آزمایشگاه در گوشهٔ دال با بازشوی مرکزی در نمونه‌های مختلف تقویت‌شده با الیاف CFRP (a) دال با بازشوی کوچک در مرکز تقویت‌شده با الیاف ۹۰ درجه– ترک‌ها در امتداد اضلاع بازشو، (b) ترک در گوشه‌های بازشوی کوچک در مرکز دال تقویت‌شده با الیاف ٤٥ درجه، (c) ترک در امتداد اضلاع و در گوشه‌های بازشوی کوچک در دال تقویت‌شده با الیاف ترکیبی ۹۰ و ٤٥ درجه، (d) دال با بازشوی بزرگ در مرکز تقویت‌شده با الیاف ۹۰ درجه– ترک‌ها در امتداد اضلاع بازشو، (e) ترک در گوشه‌های بازشوی بزرگ در مرکز دال تقویت‌شده با الیاف ٤٥ درجه، (f) ترک در امتداد اضلاع و در گوشه‌های بازشوی بزرگ در دال تقویت‌شده با الیاف ترکیبی ۹۰ و ٤٥ درجه [18]

جمع‌بندی نتایج

همان‌طور که ملاحظه شد در این مطالعه سعی بر آن بود تا با استفاده از یک مدل اجزای محدود بتوان اثر چسباندن الیاف پلیمری کربنی را در ظرفیت باربری نهایی دال‌های بتن مسلح دارای بازشو در کنار و گوشه‌ها بررسی نمود. درادامه برخی از نتایج مهم به‌دست آمده به شکل خلاصه ارائه می‌شود:

۱. نتایج آزمایشگاهی و مدل عددی پیشنهادی به‌روشنی نشان می دهد که نتایج این پژوهش در مورد سیستم مقاوم سازی می تواند برای دال‌های موجود که در آن ایجاد بازشو شده است ، استفاده شود و ظرفیت باربری آنها در مقایسه با حالت همگن می‌تواند افزایش یابد به‌طوری که براساس نتایج به‌دست آمده از روش اجزای محدود مقاومت نهایی نسبت به نمونهٔ شاهد (دارای بازشو و بدون تقویت) در گروه Sce (دال با بازشو در مرکز دال) از ۷ تا ٤۱ درصد، در گروه Se (دال با بازشو در لبهٔ کناری) از ۱۲ تا ۳۰ درصد و در گروه Sco (دال با بازشو در گوشهٔ دال) از ۱ تا ۱۰ درصد افزایش داشته است.

۲. کارایی الیاف CFRP در افزایش ظرفیت باربری دال‌های دوطرفه به این‌ترتیب است: ۱) دال با بازشو در مرکز، ۲) دال با بازشو در لبهٔ کناری و ۳) دال با بازشو در گوشه. یعنی بیشترین تأثیر در مورد بازشوی وسط دال و کمترین تأثیر در مورد بازشوی گوشهٔ دال به‌دست می‌آید.

۳. دال‌های تقویت‌شده با CFRP رفتار سخت‌تری درمقایسه با دال‌های مرجع به‌خصوص بعد از نقطه‌ای که گسیختگی اتفاق می‌افتد، نشان می‌دهند. این رفتار در دال‌های دارای بازشو در وسط به‌وضوح دیده می‌شود اما در دال‌های دارای بازشو در گوشه و لبه تا حدود زیادی کمتر می‌گردد. شاید دلیل آن باشد که در هنگامی‌که بازشو در مرکز دال است عملکرد دوطرفهٔ دال مختل می‌شود و به‌خصوص هنگامی‌که ابعاد بازشو بزرگ می‌شود عملکرد دال به‌صورت عملکرد چهار تیر محیطی در می‌آید. در حالی‌که زمانی‌که بازشو در لبهٔ کناری یا گوشه است دال رفتار دوطرفهٔ خود را هم‌چنان حفظ می‌کند.

٤. طریقهٔ نصب الیاف‌های CFRP تأثیر به‌سزایی در افزایش ظرفیت باربری دال‌ها دارد. به‌طوری که دیده شد نصب الیاف‌های CFRP به‌صورت موازی با لبه‌های بازشو حالت مناسب‌تری نسبت به حالت نصب آنها به‌صورت مورب، و نصب الیاف‌ها به‌صورت ترکیبی (موازی و مورب با لبهٔ بازشو) نتایج مناسب‌تری نسبت به حالت موازی با بازشو دارد. در حالت ترکیبی حتی رفتار دال به‌جای سخت‌تر شدن نسبت به حالت همگن شکل‌پذیرتر می‌شود (در مورد دال‌های دارای بازشو کناری).

۵. استفاده از الیاف‌های CFRP در دال‌ها باعث تغییر الگوی ترک‌خوردگی در سطح زیرین دال‌ها می‌شود به‌گونه‌ای که سطح گسترش این ترک‌ها نسبت به حالت بدون بازشو که در لبه‌ها متمرکز هستند افزایش می‌یابد و به‌سمت قسمت میانی و تکیه‌گاه‌ها گسترده می‌شوند. هم‌چنین بااستفاده از این الیاف‌ها اندازهٔ بازشدگی ترک‌ها کوچک‌تر می‌شود.

٦. در هیچ‌کدام از نمونه‌ها، الیاف CFRP به ظرفیت نهایی خود نمی‌رسند که این مطلب به سطح مقطع الیاف مورد استفاده مربوط می‌گردد. میزان کرنش در الیاف‌های CFRP در نمونه‌ها بین ۲٤ تا ۸۰ درصد کرنش گسیختگی می‌باشد.

مراجع

1. Erhard, G. "Designing with Plastics", Hanser Gardner Publication, Inc., (2006).
2. Arduini, M., D'Amrisi, A., and Tommaso, A. D. "Shear failure of concrete beams reinforced with

FRP plates", In proceedings, infrastructures: A new materials and methods of repair, *proceedings of the third materials engineering conference,* San Diago, CA, USA, pp. 123-130, (1991).

3. GangaRao, H. V. S. and Vijay, P. V. "Bending behavior of concrete beams wrapped with carbon fabric", *Journal of structural engineering,* Vol. 124(1), pp. 3-10, (1998).
4. Triantafillou, T. C. "Shear strengthening of reinforced concrete beams using epoxy-bonded FRP composites", *ACI Structural Journal,* Vol. 95(2), pp.107-115, (1998).
5. Nitereka, C. and Neale, K. "Analysis of reinforced concrete beams strengthened in flexure with composite laminates", *Canadian journal for civil engineering,* Vol. 26, pp. 646-654, (1999).
6. Julio, F. D., and Pizhong, Q. "A computational approach for analysis and optimal design of FRP beams", *Computers and Structures*, Vol. 70(2), pp. 169-183, (1999).
7. Wu, Y., Zhu, Y., Lai, Y., and Pan, W., "Analysis of shear lags and shear deformation effects in laminated composite box beams under bending loads", *Composite Structures*, Vol. 55(2), pp. 147-156, (2002).
8. Zheng, Z., and Taheri, F., "Numerical studies on dynamic pulse buckling of FRP composite laminated beams subject to an axial impact", *Composite Structures*, Vol. 56(3), pp. 269-277, (2002).
9. Håkan, N., and Täljsten, B., "Testing of hybrid FRP composite beams in bending", *Composites Part B: Engineering*, Vol. 35(1), pp. 27-33, (2004).
10. Wegian, F. M., and Abdalla, H. A. "Shear capacity of concrete beams reinforced with fiber reinforced polymers", *Composite Structures*, Vol. 71(1), pp. 130-138, (2005).
11. Jae, H. L., Lopez, M., and C., Bakis, Bakis, "Slip effects in reinforced concrete beams with mechanically fastened FRP strip", *Cement and Concrete Composites*, Vol. 31(7), pp. 496-504, (2009).
12. Naghipour, M., Nematzadeh, M., and Yahyazadeh, Q., "Analytical and experimental study on flexural performance of WPC–FRP beams", *Construction and Building Materials*, Vol. 25(2), pp. 829-837, (2011).
13. Ebead, U., Marzouk, H. and Lye. M., "Strengthening of two-way slabs using FRP materials: a simplified analysis based on response surface methodology", *2nd World Engineering Congress*, Sarawak, Malaysia, 22-25 July, (2002).
14. Ebead, U., and Marzouk. H., "Tension-stiffening model for FRP-strengthened RC concrete two-way slabs", *Materials and Structures*, Vol. 38, pp. 193-200, (2004).
15. Mosallam, A. S., and Mosalam, K. M., "Strengthening of two-way concrete slabs with FRP composite laminates", *Construction and building materials*, Vol. 17, pp. 43-54, (2003).
16. El-sayed, W. E., Ebead, U. A., and Neale, K. W., "Mechanically Fastened FRP-Strengthened Two-Way Concrete Slabs with and without Cutouts", *Journal of Composites for Construction,* ASCE, Vol.

13(3), pp. 198-207, (2009).

17. Lubliner, J., Oliver, J., Oller, S. and On˜ate, E. "A plastic-damage model for concrete", *International Journal of Solids and Structures,* Vol. 25(3), pp. 229–326, (1989).
18. Enochsson, O., Lundqvist, J., Ta¨ljsten, B., Rusinowski, P. and Olofsson, T., "CFRP strengthened openings in two-way concrete slabs –An experimental and numerical study", *Construction and Building Materials*, Vol. 21, pp. 810-826, (2007).